



Lineare Gleichungssysteme mit zwei Variablen:

1. Das Gleichsetzungsverfahren:

$$\begin{cases} x=3y+14 \\ x=5y+22 \end{cases}$$

Wird angewendet, wenn beide Gleichungen nach der selben Variablen aufgelöst sind.

a) Beide Gleichungen gleichsetzen:

$$\begin{array}{r|l} 3y + 14 = 5y + 22 & - 3y \\ 14 = 2y + 22 & - 22 \\ -8 = 2y & |: 2 \\ -4 = y & \end{array}$$

b) y-Wert in eine Gleichungen einsetzen:

$$\begin{aligned} x &= 3 \cdot (-4) + 14 \\ x &= -12 + 14 \\ x &= 2 \end{aligned}$$

$$L = \{(2 | -4)\}$$

2. Das Einsetzungsverfahren:

$$\begin{cases} x=5y+1 \\ 10x-6y=0 \end{cases}$$

Wird angewendet, wenn die anderen Verfahren ungünstig sind.

a) 1. Gleichung in die 2. Gleichung einsetzen:

$$\begin{array}{r|l} \begin{cases} x = 5y + 11 \\ 10x - 6y = 0 \end{cases} & \begin{array}{r|l} 10(5y + 11) - 6 = 0 & \text{Ausmultiplizieren der Klammer} \\ 50y + 110 - 6y = 0 & \text{Zusammenfassen} \\ 44y + 110 = 0 & - 110 \\ 44y = -110 & |: 44 \\ y = -2,5 & \end{array} \end{array}$$

b) y-Wert in Gleichung einsetzen:

$$\begin{aligned} x &= 5 \cdot (-2,5) + 11 \\ x &= -12,5 + 11 \\ x &= -1,5 \end{aligned}$$

$$L = \{(-1,5 | -2,5)\}$$





$$\begin{cases} 2x-3y=-13 \\ 5x+2y=-4 \end{cases}$$

3. Das Additionsverfahren:

Wird angewendet, wenn die Gleichungen passend untereinander stehen.

$$\begin{array}{l} 2x - 3y = -13 \quad | \cdot (-5) \quad (\text{Zahl vor } x \text{ untere Gleichung, evt. Vorz. tauschen}) \\ 5x + 2y = -4 \quad | \cdot 2 \quad (\text{Zahl vor } x \text{ obere Gleichung}) \end{array}$$

$$\begin{array}{l} -10x + 15y = +65 \\ +10x + 4y = -8 \end{array} \quad \left. \vphantom{\begin{array}{l} -10x + 15y = +65 \\ +10x + 4y = -8 \end{array}} \right\} + \quad (\text{Addition der beiden Gleichungen, die Zahlen vor } x \text{ müssen versch. Vorzeichen haben})$$

$$\begin{array}{l} 19y = 57 \quad | : 19 \\ y = 3 \end{array}$$

$$2x - 3 \cdot 3 = -13 \quad (\text{Einsetzen des } y\text{-Wertes in eine Gleichung})$$

$$\begin{array}{l} 2x - 9 = -13 \quad | +9 \\ 2x = -4 \quad | : 2 \\ x = -2 \end{array}$$

$$L = \{(-2 | 3)\}$$

4. Sonderfälle:

a) Unendlich viele Lösungen (allgemeingültige Lösungsmenge):

$$\begin{cases} x=5y+1 \\ 10x-50y=10 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 5y + 1 \\ 10x - 50y = 10 \end{cases}$$

1. Gleichung in die 2. Gleichung einsetzen:

$$\begin{array}{l} 10(5y + 1) - 50y = 10 \quad | \text{ Ausmultiplizieren der Klammer} \\ 50y + 10 - 50y = 10 \quad | \text{ Zusammenfassen} \\ 10 = 10 \quad | - 10 \\ 0 = 0 \quad | \text{ wahre Aussage} \end{array}$$

$$L = \{(x | y) | x = 5y + 10\}$$

b) Keine Lösung (leere Lösungsmenge):

$$\begin{cases} 2x-3y=-13 \\ 5x-7,5y=-4 \end{cases}$$

$$\begin{array}{l} 2x - 3y = -13 \quad | \cdot (-5) \quad (\text{Zahl vor } x \text{ untere Gleichung, Vorz. getauscht}) \\ 5x - 7,5y = -4 \quad | \cdot 2 \quad (\text{Zahl vor } x \text{ obere Gleichung}) \end{array}$$

$$\begin{array}{l} -10x + 15y = +65 \\ +10x - 15y = -8 \end{array} \quad \left. \vphantom{\begin{array}{l} -10x + 15y = +65 \\ +10x - 15y = -8 \end{array}} \right\} + \quad (\text{Addition der beiden Gleichungen})$$

$$0 = 57 \quad | \text{ falsche Aussage}$$

$$L = \{ \quad \}$$

